

# 第三讲：独木舟-HZOJ-503

胡船长

初航我带你，远航靠自己

# 一、贪心策略

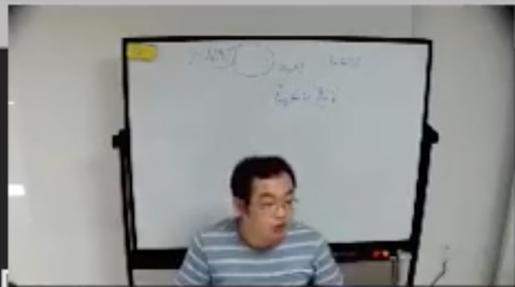
局部：

每次安排，如果**最重的人**和**最轻的人**能坐一起，就坐一条独木舟，否则**最重的人**自己坐一条船。

整体：

按照如上策略执行，就能得到最少的独木舟数量

```
vim #1 bash #2 bash #3
39 }
40
41 Node *insert_maintain(Node *root) {
42     if (!hasRedChild(root)) return root;
43     if (root->lchild->color == RED && root->rchild->color == RED, {
44         if (!hasRedChild(root->lchild) && !hasRedChild(root->rchild)) return root;
45         root->color = RED;
46         root->lchild->color = root->rchild->color = BLACK;
47         return root;
48     }
49     if (root->lchild->color == RED) {
50         if (!hasRedChild(root->lchild)) return root;
51
52
53     } else {
54         if (!hasRedChild(root->rchild)) return root;
55
56     }
57
58 }
```



## 独木舟-HZOJ-503：代码演示

```
61 Node *__insert(Node *root, int key) {
```

```
62     if (root == NIL) return getNewNode(key);
```

## 二、证明1

假设：独木舟承重  $w$ ，人员全集是  $A$ ，子集分别为  $X_1$  与  $X_2$ ，且  $X_1 + X_2 = A$ ， $F$  函数返回最少的独木舟数量

证明： $F(A) \leq F(X_1) + F(X_2)$

## 二、证明1

证明： $F(A) \leq F(X_1) + F(X_2)$

证明相等关系：由于 $X_1 + X_2 = A$ ，按照 $X_1$ 与 $X_2$ 的分配方案，也是 $A$ 的某一种合法的分配方案，所以相等关系可以成立。

## 二、证明1

证明： $F(A) \leq F(X_1) + F(X_2)$

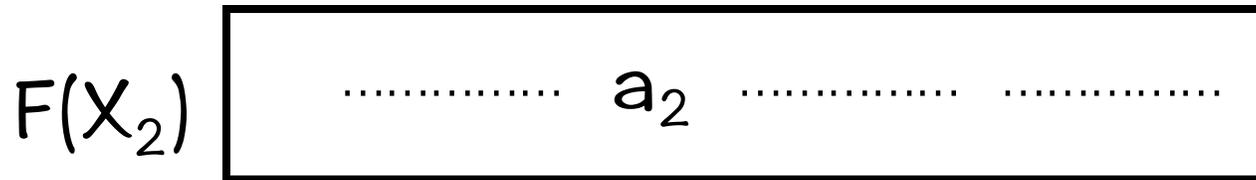
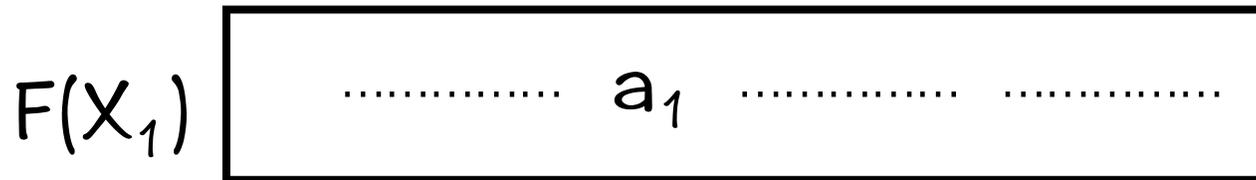
证明小于关系

情况1： $X_1$  中存在某个一人拆分  $a_1$ ，以及  $X_2$  中存在另外一个一人拆分  $a_2$ ，其中  $a_1 + a_2 \leq w$

情况2： $X_1$  或  $X_2$  中存在一个两人拆分  $(a_1, a_2)$ ，并且存在另外两个一人拆分  $a_3, a_4$ ，使得， $a_1 + a_3 \leq w$  且  $a_2 + a_4 \leq w$

## 二、证明1

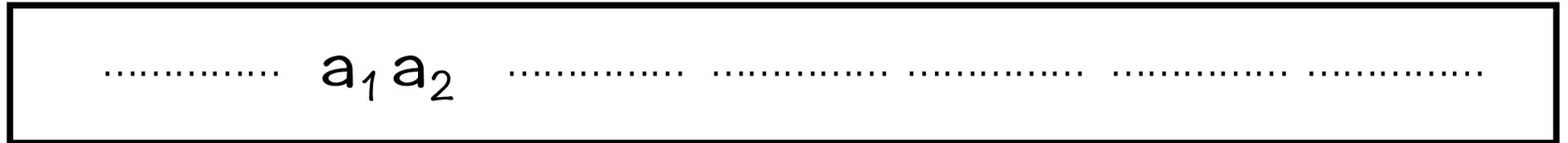
情况1： $X_1$  中存在某个一人拆分  $a_1$ ，以及  $X_2$  中存在另外一个一人拆分  $a_2$ ，其中  $a_1 + a_2 \leq w$



## 二、证明1

情况1： $X_1$  中存在某个一人拆分  $a_1$ ，以及  $X_2$  中存在另外一个一人拆分  $a_2$ ，其中  $a_1 + a_2 \leq w$

$F(A)$



## 二、证明1

情况2： $X_1$  或  $X_2$  中存在一个两人拆分( $a_1, a_2$ ), 并且存在另外两个一人拆分  $a_3, a_4$ , 使得,  $a_1+a_3 \leq w$  且  $a_2+a_4 \leq w$

$F(X_1)$

.....  $a_1 a_2$  .....

$F(X_2)$

.....  $a_3$  .....  $a_4$  .....

## 二、证明1

情况2： $X_1$  或  $X_2$  中存在一个两人拆分( $a_1, a_2$ ), 并且存在另外两个一人拆分  $a_3, a_4$ , 使得,  $a_1+a_3 \leq w$  且  $a_2+a_4 \leq w$

$F(A)$

.....  $a_1a_3$  .....  $a_2a_4$  .....

## 二、证明1

假设：独木舟承重  $w$ ，人员全集是  $A$ ，子集分别为  $X_1$  与  $X_2$ ，且  $X_1 + X_2 = A$ ， $F$  函数返回最少的独木舟数量

结论1： $F(A) \leq F(X_1) + F(X_2)$

## 三、证明2

局部：

每次安排，如果最重的人和最轻的人能坐一起，就坐一条独木舟，否则最重的人自己坐一条船。

证明：

$$F(x_1 \sim x_n) = \text{MIN}[ F(x_n) + F(x_1 \sim x_{n-1}), F(x_1 x_n) + F(x_2 \sim x_{n-1}) ]$$

## 三、证明2

证明：

$$F(x_1 \sim x_n) = \text{MIN}[ F(x_n) + F(x_1 \sim x_{n-1}), F(x_1 x_n) + F(x_2 \sim x_{n-1}) ]$$

结论1： $F(A) \leq F(X_1) + F(X_2)$

根据结论1，等价于证明：小于关系在此场景中不存在

## 三、证明2

证明：

$F(x_1 \sim x_n)$  与  $F(x_n) + F(x_1 \sim x_{n-1})$  不存在小于关系

## 三、证明2

证明：

$F(x_1 \sim x_n)$  与  $F(x_n) + F(x_1 \sim x_{n-1})$  不存在小于关系

情况1： $X_1$  中存在某个一人拆分  $a_1$ ，以及  $X_2$  中存在另外一个一人拆分  $a_2$ ，其中  $a_1 + a_2 \leq w$

$F(X_1)$

.....  $a_1$  .....

$F(X_2)$

.....  $a_2$  .....

## 三、证明2

证明：

$F(x_1 \sim x_n)$  与  $F(x_1 x_n) + F(x_2 \sim x_{n-1})$  不存在小于关系

## 三、证明2

证明：

$F(x_1 \sim x_n)$  与  $F(x_1, x_n) + F(x_2 \sim x_{n-1})$  不存在小于关系

情况2： $x_1$  或  $x_2$  中存在一个两人拆分( $a_1, a_2$ ), 并且存在另外两个一人拆分  $a_3, a_4$ , 使得,  $a_1 + a_3 \leq w$  且  $a_2 + a_4 \leq w$

$F(x_1)$

.....  $a_1 a_2$  .....

$F(x_2)$

.....  $a_3$  .....  $a_4$  .....

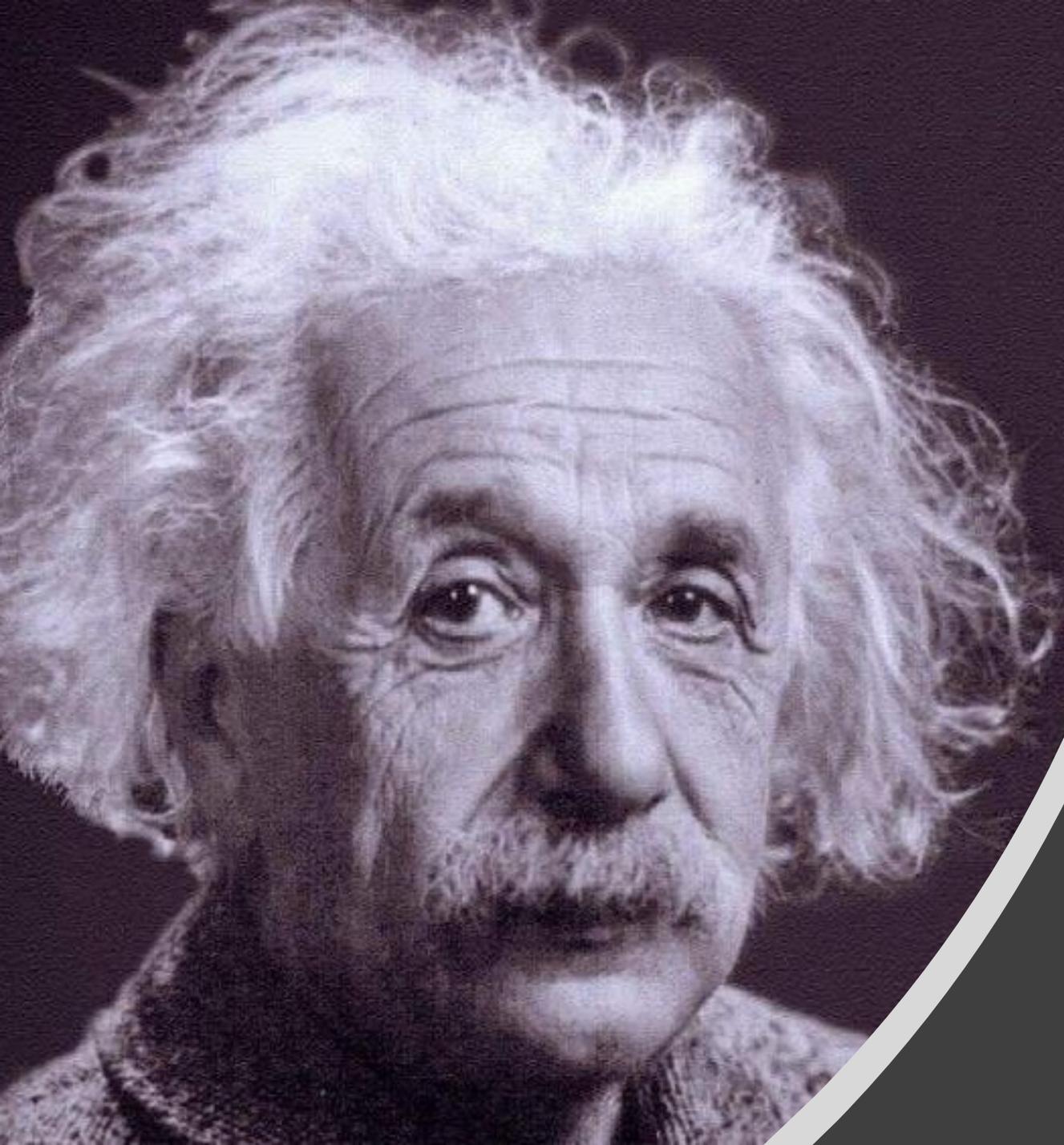
## 三、证明2

局部：

每次安排，如果最重的人和最轻的人能坐一起，就坐一条独木舟，否则最重的人自己坐一条船。

结论：

$$F(x_1 \sim x_n) = \text{MIN}[ F(x_n) + F(x_1 \sim x_{n-1}), F(x_1 x_n) + F(x_2 \sim x_{n-1}) ]$$



为什么  
会出一样的题目？